



Modèles aléatoires : maîtriser l'incertain

## **Segmentation d'images par l'algorithme EM**

Rapport écrit par :

**Alicia Quilez** (quileza@eleves.enpc.fr)  
**Aurélien Boffy** (boffya@eleves.enpc.fr)

11 mars 2005

## Introduction

La segmentation consiste à partitionner les images en régions relativement homogènes par rapport à un critère donné (le plus souvent l'intensité et la couleur, mais ce peut aussi être la texture...). Les régions homogènes peuvent être recherchées directement, ou bien par leurs frontières ou contours qui sont des lignes de discontinuité dans l'image.

La segmentation d'image est un traitement dit "bas-niveau" très important dans le domaine du traitement d'images car il est à la base de très nombreuses applications. En effet toute opération de traitement ultérieure nécessite de pouvoir travailler sur des images qui apportent une information pertinente pour ce traitement. C'est en général une étape de segmentation qui va extraire cette information des images brutes provenant de capteurs comme des caméras conventionnelles ou à technologies spécifiques (infra-rouge, multispectrales, satellite...).

Nous présentons ci-dessous l'algorithme EM (abréviation de *Expectation Maximization*) qui assigne en quelque sorte chaque pixel indépendamment à une classe, lesquelles classes évoluent afin d'obtenir une classification qui rend compte au mieux des différentes teintes qui figurent dans l'image initiale. L'algorithme se distingue ainsi des algorithmes plus sophistiqués de segmentation d'images en ce sens qu'il ne permet pas d'extraire véritablement les objets et les formes car il ne tire pas profit de l'aspect spatial de l'information de l'image. Il facilite cependant grandement tout travail ultérieur car l'image est "simplifiée".

Le principe de l'algorithme est peut-être plus clair en changeant un peu de point de vue. On peut considérer que l'algorithme EM est ici utilisé pour l'estimation d'un mélange de gaussiennes. Le but est en effet d'approcher au mieux l'histogramme d'une image (c'est-à-dire le graphique statistique permettant de représenter la distribution des intensités des pixels, soit le nombre de pixels pour chaque intensité) par une somme d'un nombre fixé de gaussiennes. Il s'agit finalement d'estimer l'espérance et la variance de chaque gaussienne, ainsi que leur poids relatif.

## 1 Présentation du modèle

On considère une image de  $n$  pixels possédant  $I$  zones distinctes que l'on désire déterminer automatiquement. On note  $E$  l'espace d'état des couleurs du pixel et  $x_k \in E$  la couleur du pixel  $k$ . On choisit généralement  $E = \mathbb{R}^3$ , et l'on représente une couleur par les proportions des trois couleurs rouge, vert et bleu.

On suppose que la couleur  $x_k$  est la réalisation d'une variable aléatoire  $X_k$  de loi gaussienne de paramètre  $(\mu_i, \sigma_i^2)$  dépendant de la zone  $i \in \mathcal{I} = \{1, \dots, I\}$ . On note  $Z_k$  la zone à laquelle appartient le pixel  $k$ . On n'observe pas la réalisation de la variable  $Z_k$  (on parle de variables aléatoires cachées). On note  $q_i = \mathbb{P}(Z_k = i)$  pour  $i \in \{1, \dots, I\}$ . En particulier la densité de  $X_k$  est donnée par

$$p(x_k; \theta) = \sum_{i=1}^I q_i f_{\mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)}(x_k), \quad x_k \in E, \quad (1.1)$$

où  $\theta = ((q_i, \mu_i, \sigma_i^2), i \in \mathcal{I})$  désigne les paramètres du modèle. On note  $\Theta$  l'ensemble des paramètres possibles du modèle.

La "densité" du couple  $(X_k, Z_k)$  est donnée par

$$p^c(x_k, z_k; \theta) = q_{z_k} f_{\mathcal{N}(\mu_{z_k}, \sigma_{z_k}^2)}(x_k), \quad x_k \in E, z_k \in \mathcal{I}. \quad (1.2)$$

On note par convention  $\mathbb{P}_\theta(\cdot)$  les probabilités calculées pour le paramètre du modèle égal à  $\theta$ .

On note  $\theta^*$  le vrai paramètre (inconnu) associé à l'image que l'on cherche à estimer. La densité,  $p_n(x; \theta)$ ,  $x = (x_1, \dots, x_n) \in E^n$ , du modèle incomplet (i.e. observé) est donnée par le produit des densités des lois de  $X_k$  (on suppose les pixels indépendants), soit

$$p_n(x; \theta) = \prod_{k=1}^n p(x_k; \theta), \quad (1.3)$$

et la densité du modèle complet (i.e. avec les variables cachées) est donnée par le produit des densités des lois de  $(X_k, Z_k)$ , soit

$$p_n^c(x, z; \theta) = \prod_{k=1}^n p^c(x_k, z_k; \theta), \quad (1.4)$$

avec  $z = (z_1, \dots, z_n) \in \mathcal{I}^n$ .

On utilise l'algorithme EM pour obtenir une approximation de  $\hat{\theta}_n$ , l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $\theta$ , c'est-à-dire  $\theta$  qui maximise la fonction  $\theta \mapsto p_n(x, \theta)$ ,  $x$  correspondant aux données de l'image étudiée.

On calculera également l'état estimé du pixel  $k$  défini comme l'état  $i \in \mathcal{I}$  qui maximise

$$\mathbb{P}_\theta(Z_k = i | X = x) = \mathbb{P}_\theta(Z_k = i | X_k = x_k) = \frac{p^c(x_k, i; \theta)}{p(x_k; \theta)}, \quad (1.5)$$

avec  $\theta = \hat{\theta}_n$ .

## 2 L'algorithme EM

Il est souvent plus facile de maximiser la log-vraisemblance du modèle complet,  $L_n^c(x, z; \theta) = \log(p_n^c(x, z; \theta))$ , resp. du modèle incomplet,  $L_n(x, \theta) = \log(p_n(x; \theta))$ , que la vraisemblance du modèle complet, resp. du modèle incomplet.

On pose

$$p_n(z|x; \theta) = \frac{p_n^c(x, z; \theta)}{p_n(x; \theta)} \quad (2.1)$$

la densité de la loi conditionnelle de  $Z = (Z_1, \dots, Z_n)$  sachant les observations  $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$ .

## 2.1

Pour tout  $\theta_0 \in \Theta$  :

$$\begin{aligned}
L_n(x; \theta) &= \log(p_n(x; \theta)) \\
&= \log(p_n(x; \theta)) \left( \sum_{z \in \mathcal{I}^n} p_n(z|x; \theta_0) \right) && \text{car } \sum_{z \in \mathcal{I}^n} p_n(z|x; \theta_0) = 1 \\
&= \sum_{z \in \mathcal{I}^n} \log(p_n(x; \theta)) p_n(z|x; \theta_0) \\
&= \sum_{z \in \mathcal{I}^n} \log\left(\frac{p_n^c(x, z; \theta)}{p_n(z|x; \theta)}\right) p_n(z|x; \theta_0) && \text{par définition de } p_n(z|x; \theta) \\
&= \sum_{z \in \mathcal{I}^n} \log(p_n^c(x, z; \theta)) p_n(z|x; \theta_0) \\
&\quad - \sum_{z \in \mathcal{I}^n} \log(p_n(z|x; \theta)) p_n(z|x; \theta_0) \\
&= Q(\theta, \theta_0) - \mathcal{H}_{\theta_0}(\theta)
\end{aligned}$$

où on a posé :

$$Q(\theta, \theta_0) = \sum_{z \in \mathcal{I}^n} p_n(z|x; \theta_0) L_n^c(x, z; \theta) \quad (2.2)$$

et

$$\mathcal{H}_{\theta_0}(\theta) = \sum_{z \in \mathcal{I}^n} \log(p_n(z|x; \theta)) p_n(z|x; \theta_0). \quad (2.3)$$

## 2.2

Montrons que pour tout  $\theta, \theta_0 \in \Theta$ ,  $\mathcal{H}_{\theta_0}(\theta) \leq \mathcal{H}_{\theta_0}(\theta_0)$  :

### Préliminaires

D'après l'inégalité classique

$$\forall x > 0, \quad \log x \leq x - 1,$$

on déduit :

$$\forall y, z > 0, \quad y(\log z - \log y) = y \log \frac{z}{y} \leq y \left( \frac{z}{y} - 1 \right) = z - y$$

### Application

Soit  $\theta, \theta_0 \in \Theta$ ,

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\theta_0}(\theta) - \mathcal{H}_{\theta_0}(\theta_0) &= \sum_{z \in \mathcal{I}^n} p_n(z|x; \theta) \left[ \log(p_n(z|x; \theta)) - \log(p_n(z|x; \theta_0)) \right] \\ &\leq \sum_{z \in \mathcal{I}^n} p_n(z|x; \theta) - p_n(z|x; \theta_0) \\ &\leq 1 - 1 \\ &\leq 0\end{aligned}$$

Ainsi :

$$\forall \theta, \theta_0 \in \Theta, \quad \mathcal{H}_{\theta_0}(\theta) \leq \mathcal{H}_{\theta_0}(\theta_0)$$

### 2.3

Donc, si on suppose que	$Q(\theta, \theta_0) > Q(\theta_0, \theta_0)$
comme on vient de montrer que	$-\mathcal{H}_{\theta_0}(\theta) \geq \mathcal{H}_{\theta_0}(\theta_0)$
on obtient, en sommant :	<hr/> $L_n(x; \theta) > L_n(x; \theta_0)$

### 2.4

On définit la suite  $(\theta_k)_{k \geq 0}$  par :

$$\begin{cases} \theta_0 \in \Theta \\ \forall k \geq 0, \quad \theta_{k+1} = \operatorname{Argmax}_{\theta \in \Theta} Q(\theta, \theta_k) \end{cases} \quad (2.4)$$

Ainsi, pour tout  $k \geq 0$ ,  $Q(\theta_{k+1}, \theta_k) \geq Q(\theta_k, \theta_k)$ , et on déduit donc, d'après 2.3, que  $L_n(x; \theta_{k+1}) \geq L_n(x; \theta_k)$

La suite  $(L_n(x; \theta_k))_{k \geq 0}$  est donc une suite croissante. On admet que cette suite converge vers l'estimateur du maximum de vraisemblance  $\hat{\theta}_n$ .

### 2.5

On cherche désormais à expliciter le passage de  $\theta_k$  à  $\theta_{k+1}$ . Par définition de la suite  $(\theta_k)_{k \geq 0}$  (cf 2.4), il s'agit donc de trouver  $\theta \in \Theta$  qui maximise  $Q(\theta, \theta_k)$ . Commençons par réécrire  $Q(\theta, \theta_k)$  de façon à pouvoir réaliser une optimisation plus facile :

Pour tout  $k \in \mathbb{N}$ , on a par définition (cf 2.2) :

$$Q(\theta, \theta_k) = \sum_{z \in \mathcal{I}^n} p_n(z|x; \theta_k) \log(p_n^c(x, z; \theta))$$

On écrit  $\mathbb{E}_\theta$  pour l'espérance calculée quand le vrai paramètre est  $\theta = (q_i, \mu_i, \sigma_i^2)$  :

$$Q(\theta, \theta_k) = \mathbb{E}_{\theta_k} \left[ \log (p_n^c(x, z; \theta)) \mid X = x \right]$$

Or, d'après 1.4 et 1.1 :

$$p_n^c(x, z; \theta) = \prod_{l=1}^n p^c(x_l, z_l; \theta) = \prod_{l=1}^n q_{z_l} f_{\mathcal{N}(\mu_{z_l}, \sigma_{z_l}^2)}(x_l)$$

Donc

$$\begin{aligned} Q(\theta, \theta_k) &= \mathbb{E}_{\theta_k} \left[ \log \left( \prod_{l=1}^n q_{z_l} f_{\mathcal{N}(\mu_{z_l}, \sigma_{z_l}^2)}(x_l) \right) \mid X = x \right] \\ &= \sum_{l=1}^n \mathbb{E}_{\theta_k} \left[ \log \left( q_{z_l} f_{\mathcal{N}(\mu_{z_l}, \sigma_{z_l}^2)}(x_l) \right) \mid X = x \right] \\ &= \sum_{l=1}^n \sum_{i=1}^I \log \left( q_{z_l} f_{\mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)}(x_l) \right) \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i \mid X = x) \end{aligned}$$

$\mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i \mid X = x) = \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i \mid X_l = x_l)$  car  $Z_l$  ne dépend que de  $X_l$ , d'où :

$$Q(\theta, \theta_k) = \underbrace{\sum_{l=1}^n \sum_{i=1}^I \log(q_{z_l}) \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i \mid X_l = x_l)}_{Q_1} + \underbrace{\sum_{l=1}^n \sum_{i=1}^I \log(f_{\mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)}(x_l)) \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i \mid X_l = x_l)}_{Q_2}$$

On note que l'on peut maximiser indépendamment  $Q_1$  par rapport aux  $(q_i)_{1 \leq i \leq I}$  et  $Q_2$  par rapport aux  $(\mu_i)_{1 \leq i \leq I}$  et aux  $(\sigma_i^2)_{1 \leq i \leq I}$ .

### Maximisation de $Q_1$ par rapport aux $(q_i)_{1 \leq i \leq I}$

On veut maximiser  $Q_1$  sous la contrainte :

$$\sum_{i=1}^I q_i = 1$$

On introduit le lagrangien :

$$\mathcal{L}(q_1, q_2, \dots, q_I, \lambda) = \sum_{l=1}^n \sum_{i=1}^I \log(q_{z_l}) \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i \mid X_l = x_l) + \lambda \left( \sum_{i=1}^I q_i - 1 \right)$$

On a, pour tout  $j \in \{1, \dots, I\}$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = 0 &\Leftrightarrow \sum_{l=1}^n \frac{1}{q_j} \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j \mid X_l = x_l) + \lambda = 0 & (5.1) \\ &\Leftrightarrow \sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j \mid X_l = x_l) = -\lambda \times q_j \end{aligned}$$

Pour trouver la valeur de  $\lambda$ , on somme pour sur tous les  $j \in \{1, \dots, I\}$  :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^I \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = 0 &\Leftrightarrow \sum_{j=1}^I \sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) = \sum_{j=1}^I -\lambda \times q_j \\ &\Leftrightarrow \underbrace{\sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^I \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l)}_1 = -\lambda \underbrace{\sum_{j=1}^I q_j}_1 \\ &\Leftrightarrow n = -\lambda \end{aligned}$$

Et en remplaçant  $\lambda$  dans (5.1), on obtient :

$$\frac{1}{q_j} \sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) - n = 0$$

Soit :

$$q_j = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l)$$

**Maximisation de  $Q_2$  par rapport aux  $(\mu_i)_{1 \leq i \leq I}$  et aux  $(\sigma_i^2)_{1 \leq i \leq I}$**

### CAS 1D (image en niveaux de gris)

Dans ce cas, la fonction  $f$  s'écrit :

$$f_{\mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)}(x_l) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_l - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}$$

$Q_2$  s'écrit donc :

$$\begin{aligned} Q_2(\theta, \theta_k) &= \sum_{l=1}^n \sum_{i=1}^I \log \left( \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_l - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} \right) \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l) \\ &= \sum_{l=1}^n \sum_{i=1}^I \left( -\log(\sigma_i) - \frac{1}{2} \log(2\pi) - \frac{(x_l - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2} \right) \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l) \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout  $j \in \{1, \dots, I\}$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_2(\theta, \theta_k)}{\partial \mu_j} = 0 &\Leftrightarrow \sum_{l=1}^n \frac{x_l - \mu_j}{\sigma_j^2} \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) = 0 \\ &\Leftrightarrow \sum_{l=1}^n (x_l - \mu_j) \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) = 0 \\ &\Leftrightarrow \mu_j \sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) = \sum_{l=1}^n x_l \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) \\ &\Leftrightarrow \mu_j = \frac{\sum_{l=1}^n x_l \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l)}{\sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l)} \end{aligned}$$

On a également :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_2(\theta, \theta_k)}{\partial \sigma_j^2} = 0 &\Leftrightarrow \sum_{l=1}^n \left( -\frac{1}{2\sigma_j^2} + \frac{(x_l - \mu_j)^2}{2\sigma_j^4} \right) \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) = 0 \\
&\Leftrightarrow \frac{1}{2\sigma_j^4} \sum_{l=1}^n (-\sigma_j^2 + (x_l - \mu_j)^2) \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) = 0 \\
&\Leftrightarrow \sum_{l=1}^n (-\sigma_j^2 + (x_l - \mu_j)^2) \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) = 0 \\
&\Leftrightarrow \sigma_j^2 \sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) = \sum_{l=1}^n (x_l - \mu_j)^2 \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l) \\
&\Leftrightarrow \sigma_j^2 = \frac{\sum_{l=1}^n (x_l - \mu_j)^2 \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l)}{\sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = j | X_l = x_l)}
\end{aligned}$$

Finalement, pour tout  $k \in \mathbb{N}$  et pour tout  $j \in \{1, \dots, I\}$  :

$$\begin{aligned}
(q_i)_{k+1} &= \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l) \\
(\mu_i)_{k+1} &= \frac{\sum_{l=1}^n x_l \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l)}{\sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l)} \\
(\sigma_i^2)_{k+1} &= \frac{\sum_{l=1}^n (x_l - (\mu_i)_k)^2 \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l)}{\sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l)}
\end{aligned}$$

### CAS 3D (image en couleurs)

Dans ce cas, la fonction  $f$  s'écrit :

$$f_{\mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)}(x_l) = \frac{1}{\sqrt{\det(\sigma_i^2)}(2\pi)^{3/2}} e^{\frac{1}{2}(x_l - \mu_i)^T (\sigma_i^2)^{-1} (x_l - \mu_i)}$$

On maximise  $Q_2$  en suivant les mêmes étapes que précédemment, en prenant en compte que  $\sigma_i^2$  est ici la matrice de covariance de la variable aléatoire  $X_k$  et que  $\mu_i$  est le vecteur des espérances.

On obtient, pour tout  $k \in \mathbb{N}$  et pour tout  $j \in \{1, \dots, I\}$  :

$$(\mu_i)_{k+1} = \frac{\sum_{l=1}^n x_l \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l)}{\sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l)}$$

$$(\sigma_i^2)_{k+1} = \frac{\sum_{l=1}^n (x_l - (\mu_i)_k)(x_l - (\mu_i)_k)^T \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l)}{\sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l)}$$

et on a toujours :

$$(q_i)_{k+1} = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \mathbb{P}_{\theta_k}(Z_l = i | X_l = x_l)$$

### 3 Résultats

Nous avons écrit un programme qui permet de traiter des images en niveaux de gris ou en couleurs. Au démarrage du programme, l'utilisateur décide quel type d'images il souhaite traiter et combien de zones il veut distinguer. Il peut ensuite choisir de définir des graines ou de laisser l'initialisation au programme (voir plus bas).

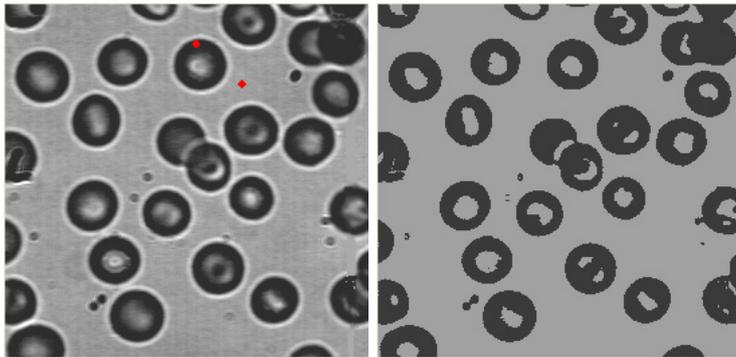
S'il travaille avec des images en niveaux de gris, le programme affiche alors 4 onglets :

- L'image initiale
- L'image segmentée
- L'histogramme des niveaux de gris de l'image initiale
- L'approximation par des gaussiennes de cet histogramme, que réalise l'algorithme EM

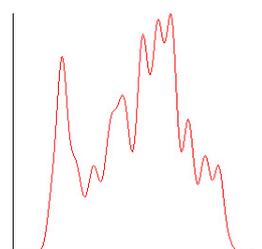
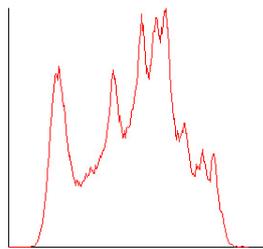
En couleurs, le programme n'affiche que les 2 premiers onglets cités.

Pour dessiner l'image segmentée, le programme remplace chaque pixel par l'espérance de la gaussienne qui correspond à la zone à laquelle le pixel appartient avec la plus forte probabilité. Lorsque  $I$  augmente, la segmentation est donc évidemment plus précise.

Ci-dessous, l'image en niveaux de gris "blood" est segmentée en deux zones.



Voici maintenant l'image en niveaux de gris "lena", segmentée en quinze zones avec les histogrammes correspondant :



Ci-dessous, l'image "andy lau" est segmentée par l'algorithme en quatre zones, dix zones puis quinze zones.



## Perspectives

Nous avons pensé à 2 améliorations possibles afin de rendre l'algorithme plus performant :

**Condition d'arrêt :** Dans son état actuel, l'algorithme s'arrête après un nombre d'itérations qui a été défini à l'avance. Il serait profitable d'introduire une condition d'arrêt pour gagner en temps d'exécution ou en précision. Celle-ci pourrait par exemple porter sur l'écart qui existe entre l'histogramme exact et celui auquel aboutit l'algorithme.

**Nombre de régions :** Le nombre de zones doit être défini par l'utilisateur. Il existe des méthodes, tel que le critère MDL (*Minimum Description Length*) issu de la théorie de l'information, qui permettent de trouver le meilleur compromis entre une description précise de l'image et un coût relativement faible.

**Initialisation :** Il existe actuellement 2 méthodes d'initialisation des suites  $(\mu_i)_{1 \leq i \leq I}$  et  $(\sigma_i^2)_{1 \leq i \leq I}$ . Dans le cas des images en niveaux de gris, nous avons choisi de partir de gaussiennes à faible variance et dont les espérances sont uniformément réparties sur l'ensemble des niveaux de gris (de 0 à 255). Nous obtenons des résultats très satisfaisants. Pour les images en couleurs, nous n'avons pas trouvé de bonnes méthodes pour l'initialisation et nous avons donc pensé à laisser l'utilisateur cliquer directement sur les pixels de l'image dont les niveaux de rouge, de vert et de bleu deviennent alors les espérances initiales des gaussiennes (principe des "graines" ou "seeds" en anglais). Nous obtenons ainsi une segmentation qui est meilleure mais pas idéale. On peut alors penser que ce sont les matrices de covariance qui sont mal initialisées. Toujours est-il que cette "mauvaise" initialisation compromet certainement l'efficacité de l'algorithme, surtout pour les images en couleurs. (A noter que nous avons aussi rendu possible la définition de "graines" pour les images en niveaux de gris)

Ci-dessous, l'image "peppers" segmentée en trois zones par l'algorithme EM avec une initialisation automatique (à gauche), puis avec une initialisation manuelle (à droite). En changeant l'initialisation on obtient des résultats très différents.



"andy lau" segmenté en quinze zones avec une initialisation par graines : contrairement au résultat obtenu avec l'initialisation automatique (voir ci-dessus), le bleu apparaît :

